

文章编号: 1000-7598-(2002) 06-0757-04

用非等时距序列灰色模型预测粉喷桩的承载力

张建新^{1, 2}, 谭燕秋², 杜海金²

(1. 中国矿业大学资源系, 北京 100083; 2. 河北建筑科技学院, 河北 邯郸 056038)

摘 要: 针对粉喷桩单桩承载力具有随时间增长而增大的现象, 运用灰色理论, 建立了非等时距预测 GM (1, 1) 模型, 对粉喷桩承载力进行了预测, 并取得了很好的效果。通过实测值与预测值的分析, 认清了粉喷桩承载力的时效性规律及变化趋势, 提出了进行粉喷桩单桩载荷试验的适宜时间。

关 键 词: 承载力; 时间效应; GM (1, 1) 模型; 预测

中图分类号: 0159 TU 473.1⁺2 文献标识码: A

The cement soil pile bearing capacity forecasting by method of unequal time series grey model

ZHANG Jian-xin^{1, 2}, TAN Yan-qi², DU Hai-jin²

(1. China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China;

2. Hebei Institute of Architectural Science and Technology, Handan 056038, China)

Abstract: In the light of that the increase of bearing capacity of a single cement soil pile is obvious as time goes on, an unequal time series grey forecasting model of GM(1,1) is established according to the grey theory; and a single cement soil pile's bearing capacity is well forecasted by the established model. Through the comparative analysis of the observed data and forecasting date, the time effect law and change tendency of single pile's bearing capacity are made clear. Finally, the suitable time is suggested to loading test of the cement soil pile.

Key words: bearing capacity; time effect; GM(1,1)model; forecasting

1 前 言

粉喷桩单桩承载力是进行粉喷桩复合地基设计的基础, 是确定其它设计参数的依据。粉喷桩单桩承载力的确定, 在规范中^[1]考虑按桩身材料强度及土对桩的支承力, 采用经验公式计算取值, 但公式中经验系数均为范围值, 在应用时显得很不方便, 一般该值多用于初步设计, 在实际工程中常采用单桩载荷试验来确定其承载力, 进而来调整、修改设计参数。

进行载荷试验的时间, 规范^[1]没有具体要求, 对实际工程, 由于工期要求较紧, 试验龄期多采用 14, 21, 28, 42, 60 d 等不同时间。根据资料^[2], 28 d 时粉喷桩桩身强度和变形模量只有标准强度 (90 d) 时的 55 %~70 %, 也就是说粉喷桩随着龄

期增加其单桩承载能力会增加, 粉喷桩具有明显的时间效应。为了得到真实的单桩承载力, 应在桩身达到完全强度时再进行试验, 但考虑工程工期需要, 试验龄期不可能拖得太长, 这就存在着如何用短期的试验值来较准确地推测最终的承载力问题。建立在灰色系统理论基础上的灰色模型预测可以很好地解决这个问题。但是通常的灰色预测模型只适用于严格的等时距序列, 这给工程应用带来诸多不便, 为此, 我们建立了通用性更广、精度更高的非等时距序列灰色预测 GM (1,1) 模型, 并将其应用于预测粉喷桩承载力, 取得了理想的效果。

2 承载力随时间增长的理论分析

在饱和软土中, 一般认为粉喷桩为摩擦桩^[3], 并认为在单桩承载力应力水平时, 桩端阻力为 0,

桩周土处于弹性状态, 桩周土摩阻力模型如图 1, 并有

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } r \leq r_{su} \text{ 时 } \tau &= \frac{\tau_u}{r_{su}} r_s = k r_s \\ \text{当 } r > r_{su} \text{ 时 } \tau &= \tau_u \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 τ 为桩侧摩阻力; τ_u 为桩侧摩阻力极限值; r_s 为桩、土相对位移; r_{su} 为对应于 τ_u 的 r_s 值; k 为桩与桩周土的弹性摩擦系数。

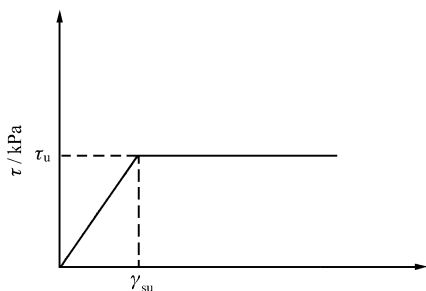


图 1 桩周土摩阻力计算模型

Fig.1 Calculation model of the skin friction along the pile

在单桩承载力应力水平时, 桩侧摩阻力很难达到极限值, 不考虑 $r > r_{su}$ 的情况, 在桩顶荷载 P 作用下, 桩顶下 x 处桩身截面的内力为 N , 并设桩端土受力 $N_d = 0$; 桩截面积为 A_p ; 周长为 U ; 桩身弹性模量为 E 。在 x 处取一微单元体 dx , 其内力变化为 dN , 根据力的平衡关系, 有

$$N = N + \frac{dN}{dx} dx + k U r_s dx \quad (2)$$

根据变形协调关系, 桩身的微应变为 $\varepsilon = dx/x$ 时, 有

$$\varepsilon = \left[\left(r_s + \frac{dr_s}{dx} dx \right) - r_s \right] / dx \quad (3)$$

桩身变形服从虎克定律, 则有

$$\varepsilon = -N / (A_p E) \quad (4)$$

将式 (2) ~ (4) 整理可得

$$\frac{d^2 r_s}{dx^2} - \frac{k U}{A_p E} r_s = 0 \quad (5)$$

代入边界条件及初始条件, 并经转换得到 $p-r_s$ 关系式为

$$p = a A_p E \frac{e^{al} - e^{-al}}{e^{al} + e^{-al}} r_s \quad (6)$$

式中 $a = \sqrt{\frac{k U}{A_p E}}$, 其余符号同前。

式 (6) 建立了桩顶荷载与位移、桩周土性状及桩身参数之间的关系。在同一地区, 通过载荷试验确定单桩承载力时, 若认为桩周土性状、桩身参数及施工质量是相同的, 则单桩承载力是随桩身弹

性模量 E 的不同而存在差异, 桩身模量越大, 单桩承载力越高。但桩身弹性模量是随粉喷桩龄期的增长逐渐增大的, 它直接影响了桩与土相对位移的大小和桩侧摩阻力的发挥。因此, 从理论上讲, 单桩承载力是随成桩时间的增长而逐渐提高的。这为用灰色模型预测单桩承载力提供了理论依据。

3 非等时距序列模型的建立和求解

对原始数据进行一定的累加生成处理, 建立生成数列的模型, 这是灰色系统理论的建模特点。事实上, 建立累加生成基础上的 GM (1,1) 为 (离散) 指数函数模型有多种方法, 考虑到单桩承载力为一随时间增长的凸曲线及测量数据的不等间隔性, 本文采用直接建模的方法。

设有数列

$$x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\} \quad (7)$$

满足非负递增条件, 且曲线为一光滑曲线, 可设其满足微分方程为

$$\frac{dx(t)}{dt} + r x(t) = u \quad (8)$$

$$\text{其系数向量 } r = (r, u)^T \quad (9)$$

根据最小二乘法求解

$$r = [B^T B]^{-1} B^T Y_N \quad (10)$$

$$\text{式中 } B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x(t_1) + x(t_2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x(t_2) + x(t_3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x(t_{n-1}) + x(t_n)) & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$Y_N = [x(t_2) - x(t_1), x(t_3) - x(t_2), \dots, x(t_n) - x(t_{n-1})]^T \quad (12)$$

解微分方程可得到时间响应形式:

$$x(t) = c e^{-rt} + h \quad (t \in R, R \text{ 为实数集}) \quad (13)$$

其离散响应形式为

$$x(k) = c e^{-rk} + h \quad (k \in J, J \text{ 为整数集}) \quad (14)$$

式中 $h = u/r$; c 为任一常数。由此可见, 模型值与序列数据的误差平方和与 h, c 的取值有关。按最小二乘法, 则 h, c 的最优值为

$$[h, c]^T = [D^T D]^{-1} D^T Y_N \quad (15)$$

$$\text{其中 } D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-rt_1} & e^{-rt_2} & \dots & e^{-rt_n} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

$$Y_N = [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)]^T \quad (17)$$

于是得到具有两个最优系数 GM (1, 1) 离散

响应函数。

该预测模型的精度可用后验差法进行检验。

4 工程应用

某商住楼位于邯郸市区内, 采用粉喷桩复合地基处理第四纪新近沉积的冲、洪积土层。设计要求单桩承载力标准值 $R_k^d = 130 \text{ kN}$, 设计时采用的室内水泥土试块无侧限抗压强度 $f_{cu,k} = 2.0 \text{ MPa}$ 。

4.1 试验情况

粉喷桩成桩后 7, 14, 28, 60, 90 d 在桩身取水泥土, 分别做桩身块无侧限抗压强度试验, 试验结果见表 1。

表 1 桩身水泥土试块试验结果
Table 1 The test result of cement soil test specimen in pile body

试验龄期 / d	无侧限抗压强度值 $f_{cu,k}$ / MPa					
7	0.85	0.77	0.91	0.89	0.81	0.87
14	1.11	0.98	1.23	1.22	1.05	1.17
28	1.38	1.40	1.44	1.50	1.45	1.57
60	2.07	1.90	2.12	2.10	1.98	2.13
90	2.18	2.00	2.25	2.27	2.05	2.16

现场共做 4 组 12 根单桩载荷试验, 分别在龄期 14, 28, 35, 60 d 时进行, 单桩承载力基本值按相对变形法 ($s/d = 0.01$) 取值, 试验结果见表 2。

表 2 单桩承载力基本值 (R_0)
Table 2 Basic value of the single pile's bearing capacity (R_0)

桩号	龄期/d	R_0/kN	桩号	龄期/d	R_0/kN
1	14	90	7	35	133
2	15	96	8	36	/
3	14	90	9	35	138
4	28	130	10	60	145
5	28	135	11	60	137
6	29	132	12	61	140

注: 8# 桩由于施工质量问题, 动测显示在 -2.8 m 处断桩, 其承载力未加入统计。

4.2 预测结果及分析

将表 1, 表 2 所列原始数据简单处理后, 进行 GM (1,1) 的直接建模, 计算得到粉喷桩桩身块无侧限抗压强度和单桩承载力的不等时距灰色预测 GM (1,1) 动态模型:

桩身试块无侧限抗压强度为

$$x(t) = -1.7902 e^{-0.0298t} + 2.2945$$

单桩承载力为

$$x(t) = -218.1758 e^{-0.1071t} + 141.0133$$

按以上模型计算的预测值汇总于表 3

将预测值与实测值进行比较, 可看出灰色预测模型的精度。试块强度: 后验差比值 $c = 0.074$, 小误差概率 $p = 1$, 平均相对误差为 0.019 98。单桩承载力: 后验差比值 $c = 0.057$, 小误差概率 $p = 1$, 平均相对误差为 0.007 18。

表 3 灰色预测值与实测值的对比
Table 3 The comparison of forecasting result with observed data

龄期/d	无侧限抗压强度/MPa		平均相对误差
	实测值	预测值	
7	0.85	0.84	0.01998
14	1.13	1.11	
28	1.46	1.52	
60	2.05	1.99	
90	2.15	2.17	
120		2.24	
180		2.28	0.00718
14	92	92	
28	132	130	
35	135	136	
60	140	141	
90		141	
180		141	

4.3 单桩承载力发展势态评估

由表 3, 试块无侧限抗压强度 f_{cu} 和单桩承载力 R 随时间变化的曲线如图 2, 图 3, 它们均表现为在短龄期内强度 (承载力) 随时间变化较快, 当达一定龄期后曲线变缓, 最终趋于一稳定值。

本工程设计单桩承载力为 130 kN, 载荷试验 28 d 时已达 132 kN, 此时已满足设计要求。根据灰色模型预测的 90 d 和 180 d 时的承载力均为 141 kN,

说明承载力已稳定在该值, 它们较 28 d 时的承载力增幅不大。由此认为, 粉喷桩单桩载荷试验的时间可在 28~35 d 时进行, 至于其以后承载力的增值, 可作为复合地基强度的安全储备, 这与有关文献^[5]的报道是一致的, 实际工程时也经常采用。

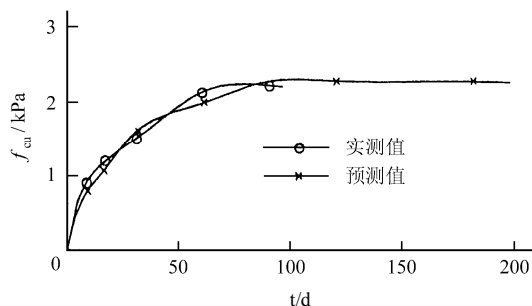


图 2 桩身无侧限抗压强度随时间变化曲线
Fig.2 The curves of forecasting, and observed data of unconfined compression strength in pile's body

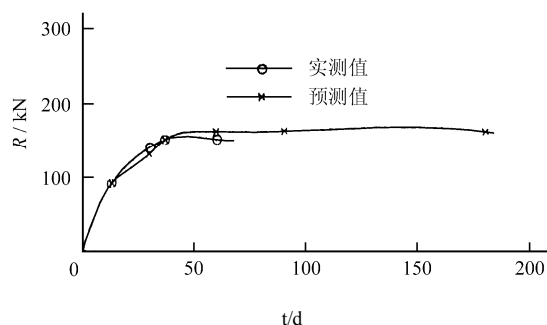


图3 单桩承载力预测实测曲线
Fig.3 The curves of forecasting and observed data of the single pile's bearing capacity

5 结 论

(1) 粉喷桩单桩承载力具有明显的时间效应, 可用文中提出的非等时距 GM(1,1) 灰色模型进行预测, 从而可用短龄期的数值来推求单桩的长期强度。

(2) 该预测模型采用的是直接建模法, 方法简

便易行, 强化了系统的规律性, 弱化了随机因素的突变作用。用所建模型对粉喷桩桩身试块强度和单桩承载力进行了灰色预测, 其结果桩与实测值基本相符, 该法预测精度相当高。

通过不同龄期的实测值与预测结果分析, 得到了粉喷桩单桩承载力的时间效应规律。实际工程中可采用 28~35 d 时的试验值作为承载力设计值, 在邯郸地区应用于多栋建筑物, 均未出现问题。

参 考 文 献

- [1] JGJ79-91, 建筑地基处理技术规范 [S].
- [2] DBJ08-40-9, 上海地基处理技术规范 [S].
- [3] 梁志安, 陈静曦. 试论水泥搅拌桩单桩承载力测试[J]. 岩土力学, 1996, 17(1): 71-75.
- [4] 王义闹. GM(1,1)的直接建模方法及性质[J]. 系统工程理论与实践, 1988, 3: 1-3.
- [5] 杜海金, 史三元. 载荷试验确定粉喷桩承载力的标准探讨[J]. 工程勘察, 2001, 1: 17-19.